

融入几何先验的圆柱表面三维应变场 双目视觉测量方法

张一鸣^{1,2}, 李广^{1,2}, 徐自力^{1,2}, 王珺³, 闫松³

(1. 西安交通大学航天航空学院, 710049, 西安; 2. 西安交通大学复杂服役环境重大装备结构强度与寿命全国重点实验室, 710049, 西安; 3. 西安航天动力研究所, 710100, 西安)

摘要: 针对现有基于双目视觉的圆柱表面三维应变场测量方法从位移场计算应变场效率低下的问题, 将圆柱结构几何先验信息融入子域投影法理论, 利用圆柱标准坐标变换替代大量冗余的局部切平面最小二乘拟合求解, 提出了一种融合圆柱拟合和子域投影的表面三维应变场计算方法; 然后采用数值模拟方式, 在不同应变区域和位移场噪声条件下, 将所提方法与一般曲面子域投影法进行对比分析; 最后开展圆柱拉伸实验, 分别从单点和全场两个角度将所提方法的应变计算结果与应变片测量结果进行了对比。研究表明: 在保证计算精度和位移场噪声鲁棒性的同时, 所提方法将计算效率提高了约20%, 且与应变片实验测量结果吻合较好, 验证了该方法能够实现圆柱结构表面三维应变场的高效测量, 也为规则结构表面三维应变场的计算提供了新思路。

关键词: 双目视觉; 子域投影; 三维应变场; 圆柱拟合; 最小二乘拟合

中图分类号: O348.1 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtub202406015 **文章编号:** 0253-987X(2024)06-0162-12

A Binocular-Vision-Based Method for Measuring the 3D Strain Field on Cylindrical Surfaces Integrating Geometric Prior Knowledge

ZHANG Yiming^{1,2}, LI Guang^{1,2}, XU Zili^{1,2}, WANG Jun³, YAN Song³

(1. School of Aerospace Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

3. Xi'an Aerospace Propulsion Institute, Xi'an 710100, China)

Abstract: Aiming at the low computational efficiency of existing binocular-vision-based methods for measuring the three-dimensional strain field on cylindrical surfaces from the obtained three-dimensional displacement field, a method of calculating the three-dimensional strain field on a cylindrical surface by integrating cylinder fitting and subdomain projection is proposed. The method integrates the geometric prior information of cylindrical structures into the theory of subdomain projection, replaces a large number of redundant local tangent plane least squares solutions by cylindrical standard coordinate transformation. Then, numerical simulation was used to compare and analyze the proposed method with the general surface subdomain projection method under different strain regions and displacement field noise conditions. Finally, cylindrical tensile experiments were conducted, and the strain calculation results of the proposed method

were compared with the strain gauge measurement results from both single point and full field perspectives. The results show that while ensuring calculation accuracy and robustness to displacement field noise, the proposed method improves calculation efficiency by about 20% and is in good agreement with the experimental measurement results of strain gauges. The proposed method can achieve efficient measurement of the three-dimensional strain field on the surface of cylindrical structures, and also provides a new approach for calculating the three-dimensional strain field on regular structural surfaces.

Keywords: binocular vision; subdomain projection; three-dimensional strain field; cylinder fitting; least square fitting

数字图像相关算法(digital image correlation, DIC)最早由 Yamaguchi^[1]和 Peters 等^[2]于 20 世纪 80 年代提出,是一种融合机器视觉与数字图像处理的全场变形测量方法^[3],具有非接触式、全场、高空间分辨率等优点^[4-6]。该方法一经提出,便得到了广泛的关注和研究^[7-9],并在计算速度和精度上不断进步,近年来已逐渐成为光测实验力学的一种有效手段^[10]。随着双目视觉技术的发展以及测量曲面物体位移的需要,三维数字图像相关方法(3D-DIC)应运而生^[11-12],其克服了二维数字图像相关方法(2D-DIC)无法测量离面位移的固有缺陷,较大幅度上扩展了数字图像相关方法的应用范围,能够实现任意物体表面的三维位移场测量,目前在各种力学实验研究及工业测量中^[13-17]得到了较多应用。

在变形条件下,材料的应变是尤为关键的力学参数^[18-19],对评估物体的材料特性、监测结构寿命与安全、优化结构设计与制造等均具有重要意义。因此,从测得的离散位移场中计算应变场显得尤为必要。根据位移与应变的数值关系,对离散位移场进行差分可以直接获得应变场,但由于测得的位移场中包含了一定成分的噪声,得到的应变场并不可靠^[20]。在二维的应变场计算问题上,局部最小二乘拟合方法^[21]应用最为广泛,该方法采用完全二维多项式对离散位移数据的一个局部子域(也称计算窗口)进行分片逐点拟合,利用最小二乘法得到中心点导数值作为该点的应变可靠计算值。然而,三维表面的应变场计算问题则相对复杂。夏瀚笙等^[22]、顾筠^[23]以及高越^[24]均采用一般曲面的子域投影方法进行三维应变场计算,即逐点建立曲面局部子域,利用最小二乘算法拟合切平面,并将子域内各点的坐标以及位移投影至切平面内的局部坐标系,从而将三维应变场问题转化为切平面内的二维应变场问题,最终采用局部最小二乘拟合法计算得到应变场。一般曲面子域投影法虽然具有普适性,能够实现一

般曲面的三维应变场计算,但在计算过程中需要逐点拟合最小二乘切平面,特别是在计算点较多和计算窗口较大时,需要大量的最小二乘切平面求解运算,计算复杂度高。尤其地,在众多工业测量场景中,往往需要测量高帧率且大面积区域的结构表面全场三维应变,造成该方法的求解效率较低。因此,对于一些规则结构,可以考虑从结构本身的几何先验信息出发,从而减少非必要的计算量。

圆柱结构作为一种基本的几何结构,在航空航天、船舶、电力等诸多工业领域中都得到了广泛的应用,众多大型核心工业设备也都以圆柱结构作为关键组成部件,例如航天工程中的姿轨控动力系统,其液路环管就是典型的圆柱结构。因此,对圆柱结构表面三维应变场进行快速且准确地测量,是工程中的迫切需求。

本文针对圆柱结构,提出了一种基于圆柱拟合和子域投影的表面三维应变场计算方法,该方法利用圆柱结构表面的几何先验信息,避免大量的切平面最小二乘求解,从而降低了计算复杂度。首先,介绍了圆柱拟合和子域投影法的基本原理;然后,选取工程中常见的典型各向同性圆柱结构,在拉伸条件下对其弹性变形阶段进行算法的数值验证,分别在不同应变区域和位移场噪声条件下开展了三维应变场计算,对比了该方法和一般曲面子域投影法的计算精度和计算效率;最后,开展圆柱试件拉伸实验,对试件表面进行三维应变测量,验证了所提方法的有效性。需要特别强调的是,本文所提方法不限定材料的加载条件和变形阶段,材料是否各向同性也不影响方法的具体实施。

1 圆柱表面三维应变场的高效计算方法

1.1 基于坐标变换的圆柱曲面拟合算法

圆柱拟合算法主要从测量坐标系与圆柱标准坐

标系之间的坐标变换关系入手^[25],其中测量坐标系是指测量设备在测量过程中采用的直角坐标系,对于三维数字图像相关方法而言,测量坐标系即是相机坐标系;圆柱标准坐标系是指以圆柱中心轴线上任意一点为原点、以圆柱中心轴线为 z 轴的直角坐标系,两坐标系之间的位置关系如图1所示。

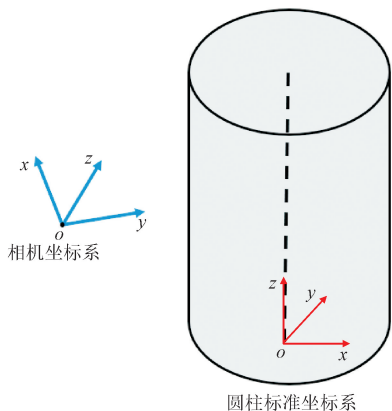


图1 相机坐标系和圆柱标准坐标系的位置关系

Fig.1 Position relationship between camera coordinate system and cylindrical standard coordinate system

设相机坐标系下各测量点的坐标和位移分别为 $\mathbf{X}_c = (x_c, y_c, z_c)^T$ 、 $\mathbf{D}_c = (u_c, v_c, w_c)^T$, 对应圆柱标准坐标系下的标准坐标和标准位移分别为 $\mathbf{X}_n = (x_n, y_n, z_n)^T$ 、 $\mathbf{D}_n = (u_n, v_n, w_n)^T$ 。两坐标系之间的变换关系表示为

$$\mathbf{X}_c = \mathbf{R}_x(\theta_x)\mathbf{R}_y(\theta_y)\mathbf{R}_z(\theta_z)\mathbf{X}_n + \mathbf{T}_0 = \mathbf{R}\mathbf{X}_n + \mathbf{T}_0 \quad (1)$$

式中: $\mathbf{T}_0 = (x_0, y_0, z_0)^T$ 为平移向量; $\mathbf{R}_x$ 、 $\mathbf{R}_y$ 、 $\mathbf{R}_z$ 分别为坐标系绕 x 、 y 、 z 轴旋转 θ 角的旋转矩阵, $\mathbf{R} = \mathbf{R}_x(\theta_x)\mathbf{R}_y(\theta_y)\mathbf{R}_z(\theta_z)$ 。

在圆柱标准坐标系下,圆柱面的标准方程可写为 $x_n^2 + y_n^2 = r^2$,从而可对每一测量点 i 构造非线性误差表达式

$$E_i = \sqrt{x_{ni}^2 + y_{ni}^2} - r = \sqrt{(\mathbf{X}_{ci} - \mathbf{T}_0)^T \mathbf{R} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{R}^T (\mathbf{X}_{ci} - \mathbf{T}_0) - r} \quad (2)$$

式中: r 为圆柱半径。

式(2)中一共包含了7个待求参数,分别为 x_0 、 y_0 、 z_0 、 θ_x 、 θ_y 、 θ_z 、 r 。在圆柱标准坐标系内,圆柱轴线的起始位置以及绕中心轴线旋转的角度不影响求

解结果^[26],故可将 z_0 和 θ_z 赋为定值,不参与变量求解。

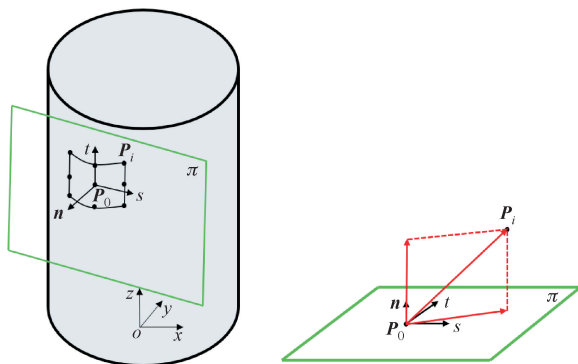
将式(2)的误差表达式进行线性化处理^[27],得到线性误差表达式

$$\mathbf{E}_i^{\text{linear}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial E_i}{\partial x_0} & \frac{\partial E_i}{\partial y_0} & \frac{\partial E_i}{\partial r} & \frac{\partial E_i}{\partial \theta_x} & \frac{\partial E_i}{\partial \theta_y} & \frac{\partial E_i}{\partial \theta_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x_0 \\ \delta y_0 \\ \delta r \\ \delta \theta_x \\ \delta \theta_y \\ \delta \theta_z \end{bmatrix} + E_i \quad (3)$$

通过对非线性误差的线性化处理,将原本的非线性优化问题转化为了线性优化问题,从而不依赖于非线性优化方法。将所有测量点的线性误差表达式组成方程组,进行最小二乘迭代求解。线性迭代求解十分稳定,一般迭代5次左右即可得到足够精度的变量解。将求得的 $(x_0, y_0, z_0, \theta_x, \theta_y, \theta_z, r)$ 代入式(1),可将相机坐标系下的测量点坐标 $\mathbf{X}_c$ 转化为圆柱标准坐标系下的标准坐标 $\mathbf{X}_n$ 。采用同样的方法,可将相机坐标系下的测量点位移 $\mathbf{D}_c$ 转化为圆柱标准坐标系下的标准位移 $\mathbf{D}_n$ 。

1.2 基于子域投影和局部最小二乘的三维应变场计算方法

在圆柱标准坐标系下,圆柱表面测量点 $\mathbf{P}_0$ 的标准坐标为 (x_{n0}, y_{n0}, z_{n0}) ,标准位移 $\mathbf{D}_n = (u_n, v_n, w_n)^T$ 。以 $\mathbf{P}_0$ 为中心建立曲面局部子域(计算窗口),设子域内包含 $(2N+1) \times (2N+1)$ 个均匀分布的数据点,其中 $(2N+1)$ 为计算窗口尺寸。过点 $\mathbf{P}_0$ 的切平面为 π ,在切平面内建立以 $\mathbf{P}_0$ 为原点的二维局部坐标系,如图2所示,其中 $\mathbf{P}_i$ 为局部子域内的任一数据点, s, t 分别表示切平面内局部坐标系的两正交坐标轴方向, $\mathbf{n}$ 表示切平面的法方向。



(a) 切平面局部坐标系 (b) 子域内数据点投影

图2 子域投影几何关系

Fig.2 Geometric relationship of subdomain projection

利用圆柱表面的几何先验关系,无需对切平面

进行最小二乘求解,切平面的法向量 $\boldsymbol{n}_n$ 以及局部坐标系两坐标轴的方向向量 $\boldsymbol{e}_n^s, \boldsymbol{e}_n^t$ 可直接通过标准坐标表示如下

$$\begin{cases} \boldsymbol{e}_n^s = \left(-\frac{y_{n0}}{r}, \frac{x_{n0}}{r}, 0\right) \\ \boldsymbol{e}_n^t = (0, 0, 1) \\ \boldsymbol{n}_n = \left(\frac{x_{n0}}{r}, \frac{y_{n0}}{r}, 0\right) \end{cases} \quad (4)$$

将子域内所有测量点 $\boldsymbol{P}_i(x_{ni}, y_{ni}, z_{ni})$ 的标准坐标和标准位移投影至二维局部坐标系内,计算二维坐标 (x_i, y_i) 和二维位移 (u_i, v_i) ,表达如下

$$\begin{cases} x_i = [\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{P}_i \rightarrow \boldsymbol{P}_0} - (\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{P}_i \rightarrow \boldsymbol{P}_0} \cdot \boldsymbol{n}_n) \boldsymbol{n}_n] \cdot \boldsymbol{e}_n^s \\ y_i = [\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{P}_i \rightarrow \boldsymbol{P}_0} - (\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{P}_i \rightarrow \boldsymbol{P}_0} \cdot \boldsymbol{n}_n) \boldsymbol{n}_n] \cdot \boldsymbol{e}_n^t \\ u_i = [\boldsymbol{D}_n^i - (\boldsymbol{D}_n^i \cdot \boldsymbol{n}_n) \boldsymbol{n}_n] \cdot \boldsymbol{e}_n^s \\ v_i = [\boldsymbol{D}_n^i - (\boldsymbol{D}_n^i \cdot \boldsymbol{n}_n) \boldsymbol{n}_n] \cdot \boldsymbol{e}_n^t \end{cases} \quad (5)$$

式中: $\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{P}_i \rightarrow \boldsymbol{P}_0}$ 表示 $\boldsymbol{P}_i$ 指向点 $\boldsymbol{P}_0$ 的向量。

采用二维一次多项式对子域位移场进行拟合,得到

$$\begin{cases} u = a_0 + a_1x + a_2y \\ v = b_0 + b_1x + b_2y \end{cases} \quad (6)$$

式中: $a_i, b_i (i=0, 1, 2)$ 为待求多项式的系数,可通过代入子域内所有点投影后的坐标 (x_i, y_i) 以及位移 (u_i, v_i) 进行最小二乘求解。

基于弹性理论^[28],小变形条件下的柯西应变张量可写为

$$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = a_1 \\ \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = b_2 \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = b_1 + a_2 \end{cases} \quad (7)$$

式中: ϵ_x, ϵ_y 分别为 x 和 y 方向的正应变; γ_{xy} 为切应变。

在有限变形条件下,格林应变张量可写为

$$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] = a_1 + \frac{1}{2} (a_1^2 + b_1^2) \\ \epsilon_y = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] = b_2 + \frac{1}{2} (a_2^2 + b_2^2) \\ \gamma_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \\ \frac{1}{2} (b_1 + a_2 + a_1a_2 + b_1b_2) \end{cases} \quad (8)$$

2 算法的数值验证

在采用三维数字图像相关方法获得三维位移场

的过程中,一个必要的步骤就是将测量区域划分为离散测量点网格,即最终获得的位移场是测量网格点的离散三维位移场。有限元数值仿真在划分单元时具有相同的网格点划分效果,且有限元模拟可以输出所有网格节点的三维位移场数据,便于对其添加可控的噪声条件。基于以上分析,采用有限元仿真对离散三维位移场和应变场进行数值模拟。考虑到实际进行视觉测量时,获得的表面三维位移场空间分辨率较高,因此进行数值模拟时,划分的有限单元应当具有足够数量,节点分布应当足够密集,以获取与视觉测量相当的三维位移场的空间分辨率。

利用商业有限元分析软件,在不具备任何特殊性的一般坐标系下(将其作为相机坐标系),建立圆柱拉伸模型,模型的几何尺寸和材料参数如表 1 所示。在圆柱表面划分结构化单元网格,设置最大单元尺寸为 1 mm,节点数约为 42 万,以满足数值模拟的空间分辨率要求。圆柱下底面施加固定约束,上底面施加均匀拉伸应力,如图 3 所示。为保证圆柱结构的变形始终在弹性范围内且仍具有一定量级的应变,设置拉伸应力为 10 MPa。

在均匀应变区域内,有限元的应变计算结果与理论值完全一致,而在靠近固定约束端的非均匀应变区域,理论值求解较为困难。由于本文中有有限元单元划分的足够密集,有限元解的精度也足够高,因此以下均以有限元数值模拟计算得到的应变作为理想真实应变。

表 1 圆柱模型尺寸及材料参数

Table 1 Dimensions and material parameters of cylindrical models

弹性模量/ MPa	泊松比	密度/ (kg · m ⁻³)	半径/cm	高度/cm
210	0.3	7 850	2.25	15

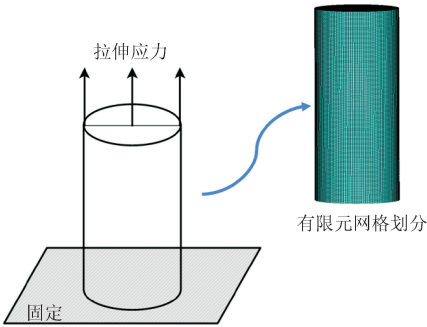


图 3 圆柱拉伸模型的加载状态

Fig. 3 Loading state of cylindrical tensile model

对上述模型进行有限元数值仿真计算,可得到圆柱表面应变云图,如图 4 所示。提取圆柱表面网格节点的三维坐标和位移,作为相机坐标系下的测量点坐标和位移,由于模型变形在弹性小变形范围内,采用柯西应变张量表达式计算应变。同时,提取圆柱表面网格节点的应变作为测量点的真实应变,以下将基于该真实应变对计算结果进行误差分析。

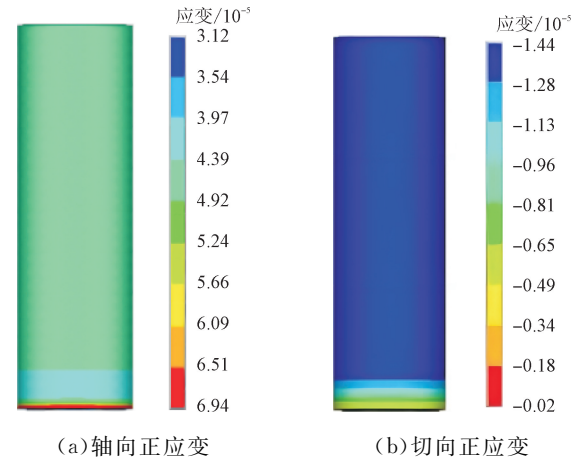


图 4 圆柱表面三维应变场的有限元计算结果

Fig. 4 Results of three-dimensional strain field on cylindrical surface by finite element method

2.1 均匀应变区域

在圆柱表面的均匀应变区选取一感兴趣区域(region of interest, ROI)作为目标计算区域,如图 5 所示。分别采用本文提出的圆柱表面三维应变场计

算方法(下文中均简称为本文方法)以及一般曲面的子域投影法(下文中均简称为子域投影法),对该区域的三维应变场进行计算。为了评价计算得到的应变场,定义应变平均绝对误差 e 和应变标准差 σ 分别如下

$$\begin{cases} e = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\epsilon_i - \epsilon_{i,\text{true}}| \\ \sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\epsilon_i - \epsilon_{\text{average}})^2} \end{cases} \quad (9)$$

式中: n 为应变场测量区域内包含的总数据点个数; ϵ_i 为数据点 i 的应变测量值; $\epsilon_{i,\text{true}}$ 为数据点 i 的应变真实值; $\epsilon_{\text{average}}$ 为所有数据点的应变测量平均值。

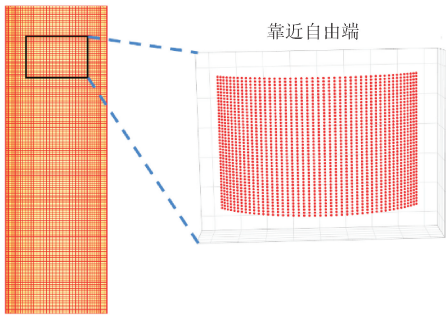


图 5 均匀应变区的目标计算区域

Fig. 5 Target calculation area for uniform strain zone

2.1.1 无噪声条件下的应变场计算误差分析

将图 5 中节点的坐标和位移作为输入,不添加位移场噪声时 2 种方法在不同计算窗口尺寸下的结果对比如表 2 所示。

表 2 均匀应变区无噪声条件下 2 种方法的误差对比

Table 2 Comparison of errors of the two methods under the condition of no noise in uniform strain zone

参数	窗口尺寸	平均绝对误差 $e/10^{-6}$		标准差 $\sigma/10^{-6}$	
		本文方法	子域投影法	本文方法	子域投影法
轴向应变	3	4.44×10^{-5}	4.44×10^{-5}	1.48×10^{-4}	1.48×10^{-4}
	5	4.77×10^{-5}	4.79×10^{-5}	1.10×10^{-4}	1.11×10^{-4}
	7	4.97×10^{-5}	4.97×10^{-5}	9.52×10^{-5}	9.52×10^{-5}
	9	5.08×10^{-5}	5.08×10^{-5}	9.01×10^{-5}	9.00×10^{-5}
	11	5.15×10^{-5}	5.16×10^{-5}	8.72×10^{-5}	8.72×10^{-5}
切向应变	3	1.53×10^{-4}	1.52×10^{-4}	3.61×10^{-4}	1.92×10^{-4}
	5	6.67×10^{-5}	6.67×10^{-5}	3.15×10^{-4}	7.93×10^{-5}
	7	4.44×10^{-5}	4.44×10^{-5}	3.11×10^{-4}	5.56×10^{-5}
	9	3.84×10^{-5}	3.84×10^{-5}	3.10×10^{-4}	4.96×10^{-5}
	11	3.49×10^{-5}	3.48×10^{-5}	3.10×10^{-4}	4.68×10^{-5}

由表 2 可见,2 种方法得到的轴向、切向应变的平均绝对误差和标准差均非常小,表明无噪声条件下,在表面均匀应变区域采用本文方法和子域投影法均可达到较高精度,得到的应变场也都十分均匀。

2.1.2 不同噪声条件下的应变场计算误差分析

为研究本文方法以及子域投影法在均匀应变区域位移场存在噪声时的表现,对离散位移场数据添

加不同等级的噪声后,对比 2 种方法在不同计算窗口尺寸、不同位移场信噪比条件下的应变平均绝对误差和标准差,结果如图 6~图 8 所示。

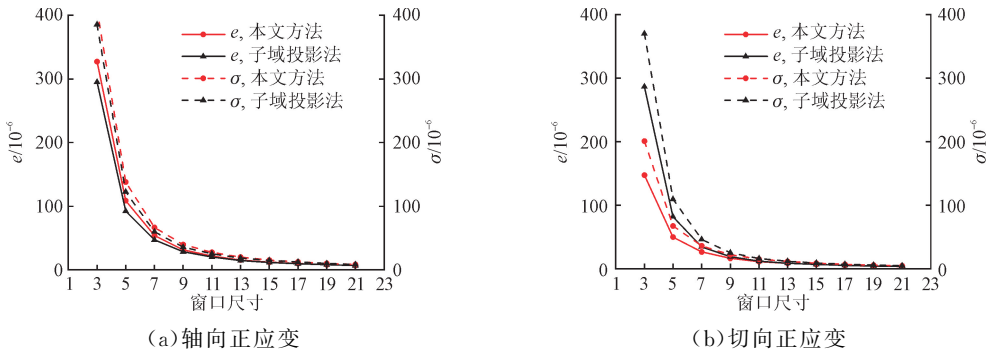


图 6 均匀应变区位移场信噪比为 10 dB 时 2 种方法的误差对比

Fig. 6 Comparison of errors of the two methods when SNR of the displacement field is 10 dB in uniform strain zone

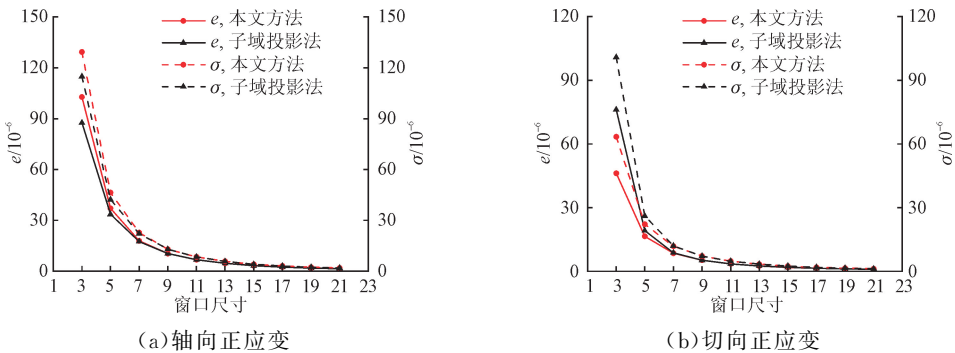


图 7 均匀应变区位移场信噪比为 20 dB 时 2 种方法的误差对比

Fig. 7 Comparison of errors of the two methods when SNR of the displacement field is 20 dB in uniform strain zone

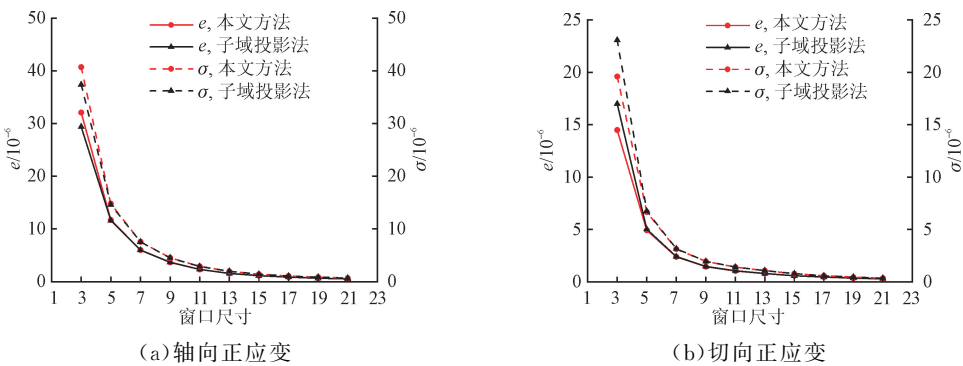


图 8 均匀应变区位移场信噪比为 30 dB 时 2 种方法的误差对比

Fig. 8 Comparison of errors comparison of the two methods when SNR of the displacement field is 30 dB in uniform strain zone

从图 6~图 8 中可以看到,在圆柱表面均匀应变区域,位移场的信噪比越低,2 种方法计算得到的应变平均绝对误差和标准差就越大,但 2 种方法均能够通过增大计算窗口的尺寸对位移场进行平滑,从而降低由于位移场存在噪声带来的误差。在同一信噪比条件下,随着计算窗口尺寸的增大,两者计算

结果趋于一致,即具有相同的计算精度。

2.2 非均匀应变区域

在圆柱表面的非均匀应变区域,选取一感兴趣区域作为目标计算区域,如图 9 所示,分别采用本文方法以及子域投影法对该区域的三维应变场进行计算。

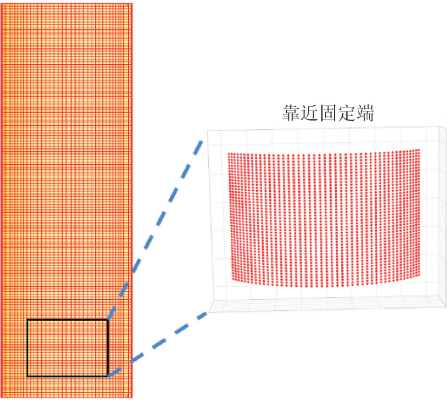


图 9 非均匀应变区的目标计算区域

Fig. 9 Target calculation area in non-uniform strain zone

2.2.1 无噪声条件下的应变场计算误差分析

将图 9 中节点的坐标和位移作为输入,不添加位移场噪声时 2 种方法在不同计算窗口尺寸下的结果对比如表 3 所示。

表 3 非均匀应变区无噪声条件下 2 种方法的误差对比

Table 3 Comparison of errors of the two methods under the condition of no noise in non-uniform strain zone

参数	窗口尺寸	平均绝对误差 $e/10^{-6}$	
		本文方法	子域投影法
轴向应变	3	0.026	0.026
	5	0.029	0.029
	7	0.033	0.033
	9	0.038	0.038
	11	0.045	0.045
切向应变	3	0.024	0.024
	5	0.019	0.019
	7	0.012	0.012
	9	0.002	0.002
	11	0.012	0.012

由表 3 可知,2 种方法计算得到的轴向和切向应变的平均绝对误差较小,均不超过 0.05×10^{-6} ,表明无噪声条件下,在圆柱表面非均匀应变区域采用本文方法和子域投影法均可达到较高精度。

2.2.2 不同噪声条件下的应变场计算误差分析

为研究本文方法以及子域投影法在非均匀应变区域位移场存在噪声时的表现,对离散位移场数据中添加不同等级的噪声,对比 2 种方法在不同计算窗口尺寸、不同位移场信噪比条件下的应变平均绝对误差,结果如图 10~图 12 所示。

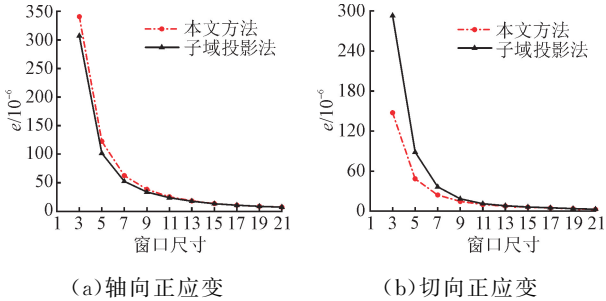


图 10 非均匀应变区位移场信噪比为 10 dB 时 2 种方法的误差对比

Fig. 10 Comparison of errors of the two methods when SNR of the displacement field is 10 dB in non-uniform strain zone

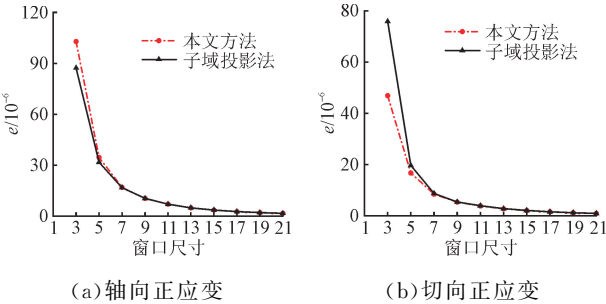


图 11 非均匀应变区位移场信噪比为 20 dB 时 2 种方法的误差对比

Fig. 11 Comparison of errors of the two methods when SNR of the displacement field is 20 dB in non-uniform strain zone

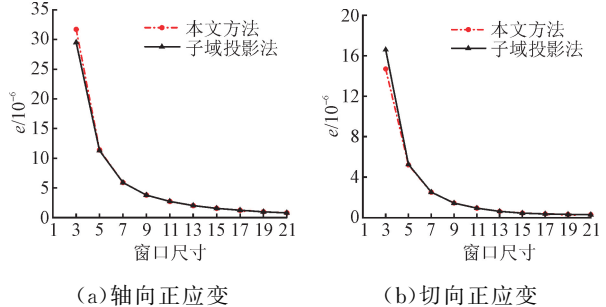


图 12 非均匀应变区位移场信噪比为 30 dB 时 2 种方法的误差对比

Fig. 12 Comparison of errors of the two methods when SNR of the displacement field is 30 dB in non-uniform strain zone

从图 10~图 12 可以看到,在圆柱表面非均匀应变区域位移场存在噪声的条件下,信噪比越低,2 种方法计算得到的应变平均绝对误差越大。同样地,可以通过增大计算窗口的尺寸对位移场进行平滑,从而降低由于位移场存在噪声带来的误差。在同一信噪比且计算窗口尺寸较小时,本文方法计算得到的切向正应变的平均绝对误差略低于子域投影

法,而轴向正应变的平均绝对误差略高于子域投影法,产生该现象的原因在于窗口尺寸较小时包含的计算点较少,最小二乘拟合的结果尚不稳定,2 种算法对应变的计算均存在一定误差,而随着计算窗口尺寸的增大,两者计算结果趋于一致,即具有相近的计算精度。

在实际应用中,应当根据测量要求以及实际噪声情况,对计算窗口尺寸进行合理选择。较大的窗口尺寸可以对噪声进行滤除,提高信噪比,但也会使应变场计算结果更加平滑;较小的窗口尺寸可以保留应变场更多的细节,但对噪声的抵抗能力较差。在对较均匀的应变场进行测量或位移场噪声较强时,采用较大的计算窗口较为合适;而在复杂应变场的测量场景下,若位移场噪声在可接受的范围内,则应倾向于选择更小的计算窗口。

2.3 计算效率分析

分别选取不同的计算窗口尺寸,对不同大小的目标区域进行三维应变场计算,计算过程均在一台计算机(Intel i5-10500 CPU)上完成。对比本文方法与子域投影法的计算效率,结果如图 13 所示。

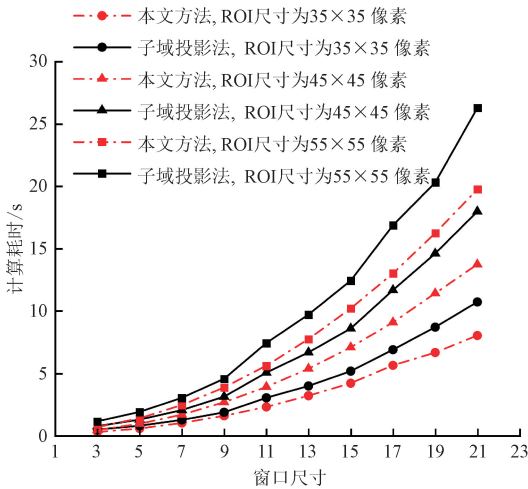


图 13 2 种方法三维应变场计算效率的对比
Fig. 13 Comparison of computational efficiency of the two methods for three-dimensional strain field

从图 13 中可以看到,在目标计算区域较小且计算窗口尺寸也较小时,2 种方法的计算消耗时间较为接近;而随着目标计算区域的增大以及计算窗口尺寸的增大,2 种方法的差距越来越大。本文方法的计算耗时明显低于子域投影法的计算耗时,效率提高了约 20%。

本文方法在计算三维应变场的过程中,通过引

入圆柱几何先验信息,避免了逐点的切平面最小二乘求解步骤,有效降低了计算复杂度,实现了圆柱表面三维应变场的高效计算。同时也应注意到,在提升效率的同时,由于需要对坐标系进行变换,本文方法的计算精度在一定程度上受到被测结构几何形貌的限制,即结构的不规则性以及试件表面的加工误差情况会对本文方法造成一定的影响,但在误差允许范围内,本文方法在工程中常见的管道等规则圆柱结构的应变测量场景下,仍然具有适用性。

3 算法的实验验证

为了验证本文方法的有效性,开展标准圆柱试件拉伸实验,实验平台如图 14 所示,测试系统主要由双目相机、光源、计算机终端、应变采集仪等组成。圆柱试件直径为 6 mm,材质为 20 钢,两端夹持在 MTS-880 电液伺服试验机的夹头上。

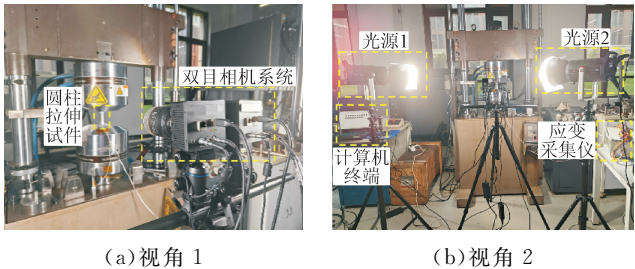
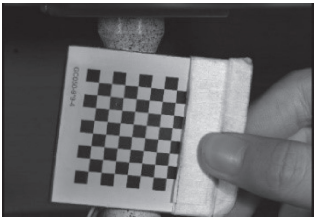


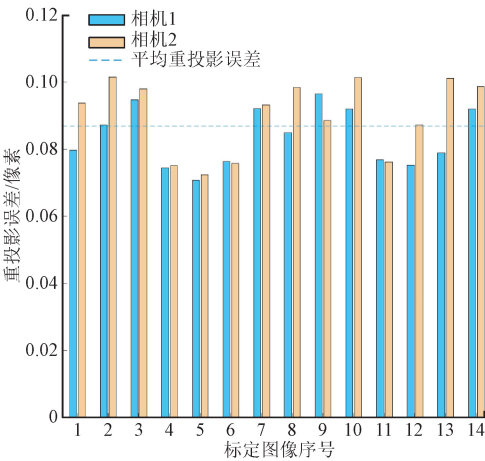
图 14 圆柱试件拉伸实验平台
Fig. 14 Cylinder specimen tensile experimental platform

根据视场大小,选取 4 mm 间距的标准棋盘格作为靶目标,采用张正友标定法^[29]对双目相机系统进行标定,获取 2 台相机的内参数以及两者之间的相对外参数,如图 15 所示。由图可知,平均重投影误差为 0.09 像素,表明标定结果的精度能够满足要求。

控制试验机对圆柱试件进行单轴拉伸平台式加载,圆柱试件发生变形,加载历程如图 16 所示,共有 4 个加载平台期,平台期内加载载荷保持不变。拉伸过程中,通过双目相机系统对试件变形前后图像进行采集,并传输至计算机终端。采用双目 DIC 算法,计算参量为:子区尺寸为 51×51 像素,网格节点步长为 3 像素。对圆柱表面计算区域的三维坐标进行计算,并获取三维位移场。同时,圆柱表面的应变片连接应变采集仪,实时显示应变片的应变测量结果。以下分别从单点、全场两个角度,将本文方法的应变计算结果与应变片测量结果进行对比,验证其可靠性和有效性。考虑到圆柱试件在弹性小变形范围内,采用柯西应变张量表达式计算应变值。



(a) 采集标定板



(b) 重投影误差计算结果

图 15 双目相机系统标定过程与误差结果

Fig. 15 Calibration process and error results of binocular camera system

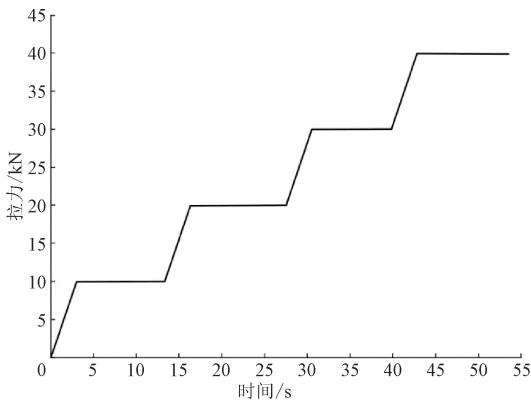


图 16 试验机加载历程

Fig. 16 Loading history of tensile testing machine

3.1 单点三维应变计算

首先,选取用于圆柱拟合的计算点区域,并在圆柱试件表面任选一点作为应变计算目标点,如图 17 所示。选取应变计算窗口尺寸为 17×17 像素,采用本文方法分别对 4 个平台期内的单点拉伸应变进行计算,不同时刻下的标准圆柱坐标系参数保持不变。图 18 给出了计算拉伸应变与应变片测量拉伸应变的对比结果。

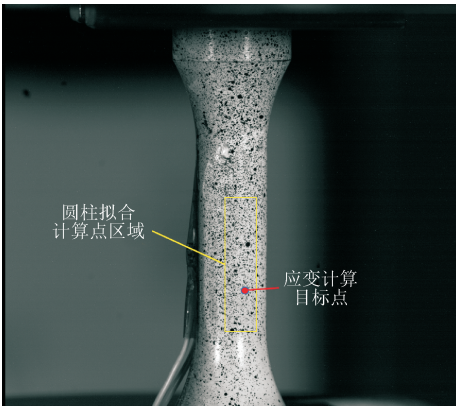


图 17 应变计算目标点位置

Fig. 17 Target point position for strain calculation

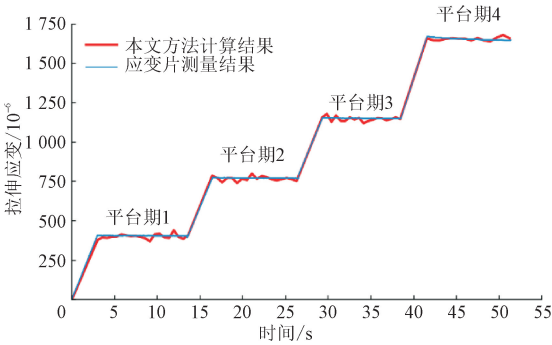


图 18 本文方法计算结果与应变片测量结果的对比

Fig. 18 Comparison of the calculated results of proposed algorithm and the measured results of strain gauge

由图 18 可见,在每个加载平台期内,采用本文方法计算所得的应变与应变片测量结果基本一致。为了定量地对单点应变计算结果进行评价,计算每个平台期内的应变计算结果与应变片测量结果的平均绝对误差,以及平均绝对误差与应变片测量结果的比值(定义为平均相对误差 e_r),如表 4 所示。可以看出,单点应变的平均绝对误差均在 50×10^{-6} 以内,且最大平均相对误差不超过 7%,表明采用本文方法计算单点应变是精确可靠的。

表 4 平台期内单点应变结果误差分析

Table 4 Error analysis of single point strain during the platform period

加载阶段	平均绝对误差 $e/10^{-6}$	平均相对误差 $e_r/\%$
平台期 1	26.56	6.55
平台期 2	36.24	4.70
平台期 3	41.90	3.64
平台期 4	47.00	2.84

3.2 全场三维应变计算

在圆柱试件表面选取一矩形区域作为应变计算目标区域,如图 19 所示。选取的应变计算窗口尺寸为 21×21 像素,分别在 4 个加载平台期内选取一时刻,采用本文方法对全场拉伸应变进行计算,计算得到的拉伸应变场如图 20 所示。

从图 20 中可以看出,在每个加载平台期内,采用本文方法计算得到的应变场均较为均匀,且与应变片测量结果吻合较好。为了定量地对全场应变计算结果进行评价,计算得到每个平台期内的应变计算结果与应变片测量结果的平均绝对误差、平均相对误差以及全场应变的应变标准差,如表 5 所示。

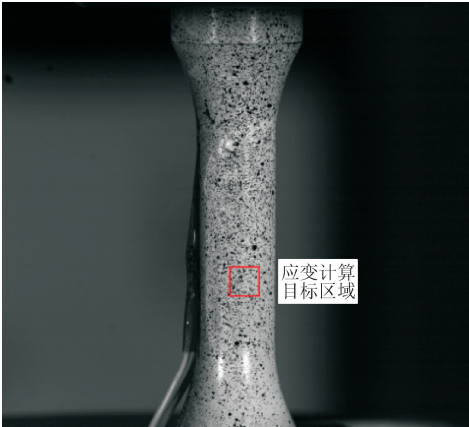
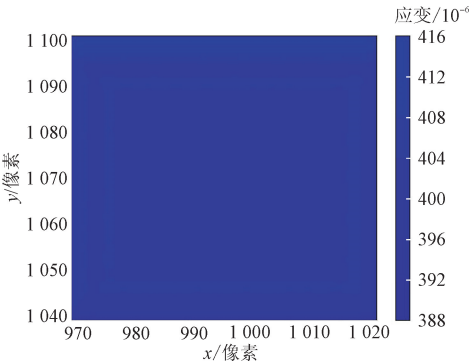
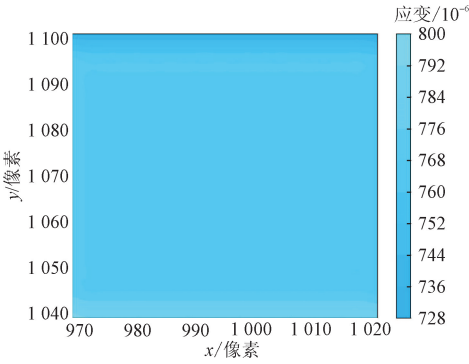


图 19 应变计算目标区域位置

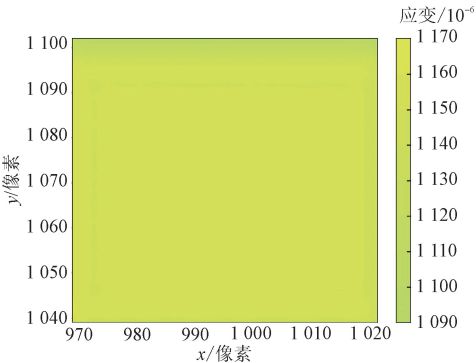
Fig. 19 Location of target area for strain calculation



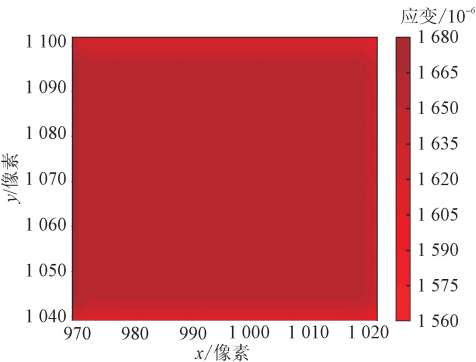
(a)平台期 1



(b)平台期 2



(c)平台期 3



(d)平台期 4

图 20 全场拉伸应变计算结果云图

Fig. 20 Contour of tensile strain field results

表 5 平台期内全场应变结果误差分析

Table 5 Error analysis of strain field during the platform period

加载阶段	平均绝对误差	标准差	平均相对误差
	$e/10^{-6}$	$\sigma/10^{-6}$	$e_r/\%$
平台期 1	30.69	30.82	7.57
平台期 2	44.69	45.46	5.79
平台期 3	49.67	50.69	4.31
平台期 4	53.15	54.39	3.21

由表 5 可以看出,全场应变的平均绝对误差和应变标准差均在 60×10^{-6} 以内,且最大平均相对误差不超过 8%,表明采用本文方法计算全场应变是可靠的,且获得的应变场也较为均匀。

4 结 论

基于圆柱结构表面的几何先验信息,提出了一种融合圆柱拟合和子域投影的圆柱表面三维应变场计算方法。相比于一般曲面的子域投影法,本文方法能够避免大量的切平面最小二乘求解,从而降低了圆柱结构表面三维应变场的计算复杂度。在不同应变区域和不同位移场噪声条件下,将本文方法与一般曲面子域投影法进行了三维应变场计算精度和

效率对比。然后,开展标准圆柱试件拉伸实验,分别从单点、全场两个角度,将本文方法的应变计算结果与应变片测量结果进行对比。结果表明:本文方法具有与一般曲面子域投影法相当的应变计算精度和位移场噪声鲁棒性,且计算耗时明显降低,效率提高了20%左右;计算得到的应变结果与应变片测量结果吻合较好,验证了本文方法的有效性和可靠性。本文所提方法为规则结构表面三维应变场的计算提供了一种新思路。

参考文献:

- [1] YAMAGUCHI I. A laser-speckle strain gauge [J]. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, 1981, 14 (11): 1270.
- [2] PETERS W H, RANSON W F. Digital imaging techniques in experimental stress analysis [J]. *Optical Engineering*, 1982, 21(3): 213427.
- [3] MA Quanjin, REJAB M R M, HALIM Q, et al. Experimental investigation of the tensile test using digital image correlation (DIC) method [J]. *Materials Today: Proceedings*, 2020, 27, Part 2: 757-763.
- [4] 付白强,王立忠,张振,等. 数字图像相关中的裂纹变形测量方法 [J]. *西安交通大学学报*, 2021, 55 (10): 174-183.
FU Baiqiang, WANG Lizhong, ZHANG Zhen, et al. A measurement method of crack deformation in digital image correlation [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2021, 55(10): 174-183.
- [5] 刘思梦,徐向阳,马银行,等. 三维数字图像相关变形测量结果的一致性研究与校验 [J]. *实验力学*, 2022, 37(5): 610-620.
LIU Simeng, XU Xiangyang, MA Yinxing, et al. Consistency research and verification of results of 3D digital image correlation deformation measurement [J]. *Journal of Experimental Mechanics*, 2022, 37 (5): 610-620.
- [6] 罗雅焯,董亚丽,李露,等. 基于数字图像相关方法的 SiC_f/SiC 陶瓷基复合材料力学行为表征 [J]. *航空材料学报*, 2023, 43(3): 60-71.
LUO Yaxuan, DONG Yali, LI Lu, et al. Progress in characterization of mechanical behavior of SiC_f/SiC ceramic matrix composites based on digital image correlation [J]. *Journal of Aeronautical Materials*, 2023, 43 (3): 60-71.
- [7] BRUCK H A, MCNEILL S R, SUTTON M A, et al. Digital image correlation using Newton-Raphson method of partial differential correction [J]. *Experimental Mechanics*, 1989, 29(3): 261-267.
- [8] HASSAN G M. Deformation measurement in the presence of discontinuities with digital image correlation: a review [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2021, 137: 106394.
- [9] PÉRIÉ J N, PASSIEUX J C. Advances in digital image correlation (DIC) [M]. Basel, Switzerland: MD-PI, 2020.
- [10] 蒲琪. 实验力学及其研究进展 [J]. *徐州建筑职业技术学院学报*, 2010, 10(2): 9-11.
PU Qi. Experimental mechanics and its research progress [J]. *Journal of Xuzhou Institute of Architectural Technology*, 2010, 10(2): 9-11.
- [11] LUO P F, CHAO Y J, SUTTON M A, et al. Accurate measurement of three-dimensional deformations in deformable and rigid bodies using computer vision [J]. *Experimental Mechanics*, 1993, 33(2): 123-132.
- [12] LIN Aoyu, LI Rui, JIANG Zhenyu, et al. Path independent stereo digital image correlation with high speed and analysis resolution [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2022, 149: 106812.
- [13] 杜凯,邓建华,王化俗,等. 基于3D-DIC技术的约束岩石裂缝扩展研究 [J]. *力学季刊*, 2021, 42(4): 743-751.
DU Kai, DENG Jianhua, WANG Huasu, et al. Research on constrained rock crack propagation based on 3D-DIC technology [J]. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 2021, 42(4): 743-751.
- [14] 程月华,吴昊,薛一江,等. 高速3D-DIC测试技术在装甲钢贯穿试验中的应用 [J]. *爆炸与冲击*, 2022, 42 (10): 109-123.
CHENG Yuehua, WU Hao, XUE Yijiang, et al. Application of high-speed 3D-DIC measurement technology in perforation test of armor steel [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2022, 42(10): 109-123.
- [15] 郭聚坤,王瑞,寇海磊,等. 基于三维数字图像相关技术钙质砂颗粒运动行为试验研究 [J]. *岩土力学*, 2022, 43(10): 2785-2798.
GUO Jukun, WANG Rui, KOU Hailei, et al. Experimental study on movement behavior of calcareous sand particles based on three-dimensional digital image correlation technology [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2022, 43(10): 2785-2798.
- [16] 邹正平,张猛,郎利辉. 基于三维数字图像相关法的管材胀形试验 [J]. *航空学报*, 2022, 43 (12): 533-544.
ZOU Zhengping, ZHANG Meng, LANG Lihui. Tube bulging test based on 3D digital image correlation

- method [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2022, 43(12): 533-544.
- [17] 喻苏婷, 蒋明. 三维数字图像相关法在带孔洞试件力学行为研究中的应用 [J]. *苏州科技大学学报(自然科学版)*, 2022, 39(1): 41-46.
- YU Suting, JIANG Ming. Application of 3D digital image correlation method in mechanical behavior of specimens with holes [J]. *Journal of Suzhou University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2022, 39(1): 41-46.
- [18] 彭杰, 杨世廷, 黄宁, 等. 工程结构变形和应变监测技术研究综述 [J]. *智能建筑*, 2022(8): 47-50.
- PENG Jie, YANG Shiting, HUANG Ning, et al. Summary of research on deformation and strain monitoring techniques for engineering structures [J]. *Intelligent Building*, 2022(8): 47-50.
- [19] 吴宗岱. 恶劣环境中应变测量的国内外发展综述 [J]. *实验力学*, 1988, 3(4): 329-337.
- WU Zongdai. State of art: strain measurements in hostile environments [J]. *Journal of Experimental Mechanics*, 1988, 3(4): 329-337.
- [20] 李馨, 赵加清, 张征明, 等. 基于数字图像相关的自适应应变场计算 [J]. *光学学报*, 2021, 41(23): 117-124.
- LI Xin, ZHAO Jiaqing, ZHANG Zhengming, et al. Self-adaptive strain field calculation based on digital image correlation [J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(23): 117-124.
- [21] 潘兵, 谢惠民. 数字图像相关中基于位移场局部最小二乘拟合的全场应变测量 [J]. *光学学报*, 2007, 27(11): 1980-1986.
- PAN Bing, XIE Huimin. Full-field strain measurement based on least-square fitting of local displacement for digital image correlation method [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, 27(11): 1980-1986.
- [22] 夏瀚笙, 沈岷, 王莹, 等. 三维数字图像相关法的匹配策略和应变场计算 [J]. *重庆理工大学学报(自然科学)*, 2017, 31(9): 110-118.
- XIA Hansheng, SHEN Huan, WANG Ying, et al. Study on stereo matching strategy and 3-D strain computation in three-dimensional digital image correlation [J]. *Journal of Chongqing University of Technology (Natural Science)*, 2017, 31(9): 110-118.
- [23] 顾筠. 基于子区投影和 Savitzky-Golay 滤波的三维数字图像相关法应变场计算方法研究 [J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(12): 377-386.
- GU Jun. Strain field calculation by 3D digital image correlation method based on subset projection and Savitzky-Golay filter [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(12): 377-386.
- [24] 高越. 三维数字图像相关法的关键技术及应用研究 [D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2014.
- [25] 崔浩猛, 王解先. 两种圆柱体拟合算法的研究 [J]. *矿山测量*, 2019, 47(1): 87-90, 112.
- CUI Haomeng, WANG Jiexian. Research on two cylinder fitting algorithms [J]. *Mine Surveying*, 2019, 47(1): 87-90, 112.
- [26] 王解先, 季凯敏. 工业测量拟合 [M]. 北京: 测绘出版社, 2008.
- [27] 葛永慧. 测量平差基础 [M]. 北京: 煤炭工业出版社, 2015.
- [28] 陆明万, 罗学富. 弹性理论基础 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2001.
- [29] ZHANG Z. A flexible new technique for camera calibration [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(11): 1330-1334.

(编辑 李慧敏 刘杨)